UNIVERSITÄT BIELEFELD

Wintersemester 2026/2027
Marco Rehmeier
Emanuela Gussetti
Sandro Wichmann–Podehl

Übungen zu *Daten und Zufall*

Blatt 3
Tutorien Woche 09.-13.11.2026
Abgabe bis zum 13.11.2026

(*Mit "*" markierte Übungen sind einzureichende Hausaufgaben; die restlichen Übungen sind im Tutorium zu bearbeiten.*)

Aufgabe 1. * (**4 Punkte**) [Geometrisches und harmonisches Mittel]
Zeigen Sie mit Hilfe eines einfachen Beispiels, dass geometrisches und harmonisches Mittel keine Lagemaße sind. Zeigen Sie außerdem:

$$x_{(1)} \leqslant \bar{x}_g \leqslant x_{(n)}, \quad x_{(1)} \leqslant \bar{x}_h \leqslant x_{(n)}$$

für beliebige $x_1, \ldots, x_n \in (0, \infty)$ und $n \in \mathbb{N}$ (vgl. Bemerkung 1.3.5).

Aufgabe 2. * (**2 Punkte**) [Mittlere quadratische Abweichung vom arithmetischen Mittel]

Sei $x_1, x_2, \ldots, x_n$ eine Stichprobe eines quantitativen oder ordinalen Merkmals und $\bar{x}$ das arithmetische Mittel der Stichprobe. Zeigen Sie

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\Big(\sum_{k=1}^{n} x_k^2\Big) - (\overline{x})^2.$$

Aufgabe 3. (**6 Punkte**) [Lagemaße]

Sei $x_1, x_2, \ldots, x_n$ eine Stichprobe eines quantitativen oder ordinalen Merkmals. Welche der folgenden Funktionen sind Lagemaße?

(a) $\ell_2(x_1, \ldots, x_n) := x_1 + x_2 + x_3$

(b) $\ell_1(x_1, \ldots, x_n) := \sum_{k=1}^{n} x_k^2$

(c) $\ell_3(x_1, \ldots, x_n) := x_{(n)}$

(d) $\ell_4(x_1, \ldots, x_n) := x_1 + 2x_2 + 3x_3$

(e) $\ell_5(x_1, \ldots, x_n) := x_{(n)} - x_{(1)}$

Aufgabe 4. (**4 Punkte**) [Berechnung statistischer Stichprobenkennzahlen]

Gegeben sei die folgende Stichprobe, die die erreichte Punktzahl von Student*innen auf einem Übungsblatt angibt:

7, 9, 9, 3, 0, 2, 4, 5, 8, 1.

Bestimmen Sie für diese Stichprobe arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, sowie 90%-Quantil.