UNIVERSITÄT BIELEFELD

Wintersemester 2026/2027
Marco Rehmeier
Emanuela Gussetti
Sandro Wichmann–Podehl

Übungen zu *Daten und Zufall*

Blatt 4
Tutorien Woche 16.-20.11.2026
Abgabe bis zum 20.11.2026

(*Mit "*" markierte Übungen sind einzureichende Hausaufgaben; die restlichen Übungen sind im Tutorium zu bearbeiten.*)

Aufgabe 1. * (**6 Punkte**) [Streumaße]

Seien $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ mit $n \geqslant 3$. Prüfen Sie, ob die folgenden Größen Streumaße sind.

(i) $x_{(n)}$;

(ii) $x_{(n)} - x_{(1)}$;

(iii) $x_{0,75} - x_{0,25}$;

(iv) $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} |x_k - x_{0,5}|$;

(v) $x_{(1)} - \alpha x_{(2)} - \beta x_{(3)}$ für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2. (**2 Punkte**) [Varianz]

Sei $x_1, \dots, x_n$ eine Stichprobe eines ordinal-skalierten Merkmals. Zeigen Sie, dass die empirische Varianz s_{xx} der Stichprobe genau dann gleich 0 ist wenn alle x_i denselben Wert haben.

Aufgabe 3. * (**2 Punkte**) [Kovarianz]

Seien X und Y zwei ordinal-skalierte Merkmale und $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ eine Stichprobe des Merkmalpaares (X, Y). Zeigen Sie die folgende Formel für die empirische Kovarianz:

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} x_k y_k - \bar{x}\bar{y}.$$

Aufgabe 4. (**4 Punkte**) [Regressionsgerade und Korrelationskoeffizient]

In einer Erhebung werden die Geburtsgrößen von 11 Geschwisterpaaren ermittelt. Es ergaben sich folgende Daten:

$$(53, 53),\ (49, 56),\ (55, 52),\ (49, 58),\ (60, 55),\ (52, 54),\ (51, 57)$$

Berechnen Sie die Regressionsgerade sowie den Korrelationskoeffizienten und interpretieren Sie diesen.